

定期試験解答

授業科目名	法理学特講	2010年度：後期	
		定期試験期間内	
担当教員名	足立英彦	試験日・時間	1月28日(金)
			14:45 ~ 16:15

1. $\{1, 2, 3\}$ の部分集合は全部でいくつあるか。またそのすべてを、要素を書き並べる仕方で表せ。(3点)

解答 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ の計8個。

2. $A = \{1, 2\}$ のベキ集合を求めよ。(2点)

解答 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

3. 集合Aの要素の数がn, Bの要素の数がmのとき、デカルト積 $A \times B$ の要素はいくつか。(2点)

解答 $n \times m$ 個

4. 次の論理式は、それぞれ閉じた式か開いた式か。(各2点)

(a) Px

(b) $\forall xPa \rightarrow Px$

(c) $\forall x(\exists yPy \rightarrow Qx)$

(d) $\forall x(Pa \rightarrow Qx)$

解答 開いた式：(a)(b)、閉じた式 (c)(d)

5. 次の命題は恒真か？ タブローの方法を用いて分析せよ(以下、問8まで同様)。(各5点)

(a) $((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$

解答

1. F: $((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$ (仮定)

2. T: $(A \rightarrow B) \wedge B$ (1)

3. F: A (1)

4. T: $A \rightarrow B$ (2)

5. T: B (2)

6. F: A T: B (4)

矛盾なし。故に、テストされた命題は恒真ではない。

(b) $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$

解答

1. F: $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ (仮定)

2. T: $A \wedge \neg A$ (1)

3. F: B (1)

4. T: A (2)

5. T: $\neg A$ (2)

6. F: A (5)

4-6 ⊗

故に、テストされた命題は恒真である。

(c) $\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

解答

1. F: $\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ (仮定)

2. T: $\neg(A \vee B)$ (1)

3. F: $\neg A \wedge \neg B$ (1)

4. F: $A \vee B$ (2)

5. F: A (4)

6. F: B (4)

7. F: $\neg A$ F: $\neg B$ (3)

8. T: A T: B (7)

5-8 ⊗ 6-8 ⊗

故に、テストされた命題は恒真である。

(d) $\forall x(Px \vee \neg Px)$

解答

1. F: $\forall x(Px \vee \neg Px)$ (仮定)

2. F: $Pa \vee \neg Pa$ (1)

3. F: Pa (2)

4. F: $\neg Pa$ (2)

5. T: Pa (4)

3-5 ⊗

故に、テストされた命題は恒真である。

(e) $\exists x(Px \wedge \neg Qx) \rightarrow \neg \forall x(Px \rightarrow Qx)$

解答

1. F: $\exists x(Px \wedge \neg Qx) \rightarrow \neg \forall x(Px \rightarrow Qx)$ (仮定)

2. T: $\exists x(Px \wedge \neg Qx)$ (1)

3. F: $\neg \forall x(Px \rightarrow Qx)$ (1)

4. T: $\forall x(Px \rightarrow Qx)$ (3)

5. T: $Pa \wedge \neg Qa$ (2)

6. T: Pa (5)

7. T: $\neg Qa$ (5)

8. F: Qa (7)

9. T: $Pa \rightarrow Qa$ (4)

10. F: Pa T: Qa (9)

6-10 ⊗ 8-10 ⊗

故に、テストされた命題は恒真である。

6. $\Box A \rightarrow A$ は T 恒真か? (5 点)

解答

1. $w1, F: \Box A \rightarrow A$ (仮定)
 2. $w1, T: \Box A$ (1)
 3. $w1, F: A$ (1)
 4. $w1Rwx, T: A$ (2, $\Box R$)
 5. $w1Rw1, T: A$ (4, refl.)
- 3-5 ⊗

故に、テストされた命題は T 恒真である。

7. $OA \rightarrow PA$ は、

(a) K 恒真か? (5 点)

(b) DT^{*1} 恒真か? (5 点)

なお、(a)(b) のタブローはまとめて一つ書けばよい。

解答

1. $w1, F: OA \rightarrow PA$ (仮定)
 2. $w1, T: OA$ (1)
 3. $w1, F: PA$ (1)
 4. $w1Rwx, T: A$ (2, $\Box R$)
 5. $w1Rwx, F: A$ (3, $\Box R$)
 6. $w1Rw2, T: A$ (4, serial)
 7. $w1Rw2, F: A$ (5, 6)
- 6-7 ⊗

故に、テストされた命題は K 恒真ではないが (5 行目までは矛盾しないので) DT 恒真である。

8. $OA \rightarrow OOA$ は $D4^{*2}$ 恒真か? (5 点)

解答

1. $w1, F: OA \rightarrow OOA$ (仮定)
 2. $w1, T: OA$ (1)
 3. $w1, F: OOA$ (2)
 4. $w1Rw2, F: OA$ (3, $\Diamond R$)
 5. $w2Rw3, F: A$ (4, $\Diamond R$)
 6. $w1Rwx, T: A$ (2, $\Box R$)
 7. $w1Rw3, T: A$ (4, 5, 6, trans.)
- 5-7 ⊗

故に、テストされた命題は $D4$ 恒真である。

9. 講義に対するご意見ご感想等を答案用紙に記入してください (何らかの記入があれば 10 点)。

*1 K モデルに継続性 (seriality) を加えたモデル。

*2 DT モデルに推移性 (transitivity) を加えたモデル。

参考 (2011 年 2 月 9 日現在)

- 履修登録 26 名、定期試験受験者 19 名、定期試験平均点 57.2 点 (70 点満点)、総合平均点 81.7 点 (100 点満点)

- 総合評価

S(100-90)	A(89-80)	B(79-70)	C(69-60)	不可 (59-0)	放棄
8 人 (約 30%)	5 (19%)	3 (12%)	2 (8%)	1 (4%)	7 (27%)

定期試験 70 点 5 名

総合 99 点 2 名、97 点 2 名。