金沢大学
法学類＝法学部「法理学特講（法論理学入門）」
共通教育科目「法論理学入門」
2012 年度小テスト
6 月 4 日（月）1 限実施 / 出題: 足立英彦
解答・解説（仮）

1. 次の語を説明せよ。（各 4 点）
   （a）妥当な論証（valid argument）
   解答 *1* 論証の前提と結論を構成する原子文のそれぞれの真理値の組み合わせを「場合」と呼ぶことにする。妥当な論証とは、前提がすべて真となるすべての場合において、結論もつねに真となる論証のことである。
   解答 *2* 論証の前提と結論を構成する原子文のそれぞれの真理値の組み合わせを「場合」と呼ぶことにする。妥当な論証とは、前提をすべて真とし、結論を偽とする場合が存在しない、すなわち反例が存在しない論証のことである。
   解説 授業で予告したように、「場合」の説明が必要。その説明がない場合は 1 点減。
   （b）整合性（consistency）
   解答 文を要素とする集合について、それぞれの文を構成する原子文のそれぞれの真理値の組み合わせを「場合」と呼ぶことにする。ある集合について、その集合に含まれるすべての文を同時に真とするような場合があるとき、その集合は「整合的」であるという。
   解説 「整合性」は、文集合（文の集まり）の一性質である。論証も、すべての前提と結論を要素とする文集合であるといえるが、論証以外の文集合もある。したがって、この問の答えの中で、「場合」を説明するために、「前提」「結論」という語を用いることは不適切である（1 点減）。

2. 次の論証は妥当であるか？　真理の木を使って説明せよ。（各 3 点）

（a）$A \vee B, A \to C, B \to C \vDash C$

解答

1. $A \vee B$
2. $A \to C$
3. $B \to C$
4. $\neg C$

5. $\neg A$　　　　7. C

　　　　　　　　4-5 ⊗

6. A　　　B

5-6 ⊗

　　　7. $\neg B$　　C

　　　6-7 ⊗　　4-7 ⊗

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、前提 $A \vee B, A \to C, B \to C$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 C が偽）となるような原子文 A, B, C の真理値の組み合わせ（反例）がないので、問の論証は妥当である。

解説 真理の木は正しく書けているが、論証が妥当である理由の説明が不十分な答案は 1 点減。

（b）$(A \to B) \to C \vDash C \to A$

解答

1. $(A \to B) \to C$
2. $\neg(C \to A)$
3. C
4. $\neg A$

5. $\neg(A \to B)$　　　C

6. A

7. $\neg B$

4-6 ⊗

上記の通り、閉じない経路がある。すなわち、前提 $(A \to B) \to C$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 $C \to A$ が偽）となるような原子文 A, B, C の真理値の組み合わせ（反例）があるので、問の論証は非妥当である。

（c）$A \leftrightarrow B \vDash B \to A$

解答

$$1.\ A \leftrightarrow B$$
$$2.\ \neg(B \to A)$$
$$3.\ B$$
$$4.\ \neg A$$
$$5.\ A \qquad \neg A$$
$$6.\ B \qquad \neg B$$
$$\text{4-5} \otimes \quad \text{3-6} \otimes$$

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、前提 $A \leftrightarrow B$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 $B \to A$ が偽）となるような原子文 A, B の真理値の組み合わせ（反例）がないので、問の論証は妥当である。

（d）$\neg A \vDash A \to C$

解答

$$1.\ \neg A$$
$$2.\ \neg(A \to C)$$
$$3.\ A$$
$$4.\ \neg C$$
$$\text{1-3} \otimes$$

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、前提 $\neg A$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 $A \to C$ が偽）となるような原子文 A, C の真理値の組み合わせ（反例）がないので、問の論証は妥当である。

（e）あらゆる人が死ぬべき運命にある。それゆえ、不死身の者はいない。(「～は死ぬべき運命にある」を M とせよ。)

解答

$$1.\ \forall x Mx$$
$$2.\ \neg\neg\exists x \neg Mx$$
$$3.\ \exists x \neg Mx$$
$$4.\ \neg Ma \ \text{（3 より EI）}$$
$$5.\ Ma\ \text{(1 より UI)}$$
$$\text{4-5} \otimes$$

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、前提 $\forall x Mx$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 $\neg\exists x \neg Mx$ が偽）となるような場合（反例）がないので、問の論証は妥当である。

（f）$\forall x(Mx \to H) \vDash \exists x Mx \to H$

解答

$$1.\ \forall x(Mx \to H)$$

$$2.\ \neg(\exists x Mx \to H)$$

$$3.\ \exists x Mx$$

$$4.\ \neg H$$

$$5.\ Ma\ （3 より EI）$$

$$6.\ Ma \to H\ （1 より UI）$$

$$\begin{array}{cc} 7.\ \neg Ma & H \\ \text{5-7} \otimes & \text{4-7} \otimes \end{array}$$

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、前提 $\forall x(Mx \to H)$ が真で、結論の否定が真（つまり結論 $\exists x Mx \to H$ が偽）となるような場合（反例）がないので、問の論証は妥当である。

3. 次の文はトートロジーであるか。真理の木を用いて説明せよ。（4 点）

$(A \land \neg A) \to B$

解答

$$1.\ \neg((A \land \neg A) \to B)$$

$$2.\ A \land \neg A$$

$$3.\ \neg B$$

$$4.\ A$$

$$5.\ \neg A$$

$$\text{4-5} \otimes$$

上記の通り、真理の木のすべての経路は閉じる。すなわち、問を否定した文（分子文）が真になるような原子文 A, B の真理値の組み合わせはない。すなわち、問の文が偽になる A, B の真理値の組み合わせはないので、問いの文は常に真である、すなわちトートロジーである。

参考情報

履修登録数	受験者数	平均点
24	19	19.8

30 点 2 名, 29 点 2 名

以上（2012 年 6 月 5 日）[*1]

[*1] リチャード・ジェフリー（戸田山和久訳）『形式論理学』（産業図書，1995 年）より出題。