

定期試験解答

授業科目名	法理学特講，法論理学入門	2012 年度：前期	
		定期試験期間外	
担当教員名	足立英彦	試験日・時間	7 月 23 日 ( 月 )
			8 : 45 ~ 10 : 15

1. 次の語を説明せよ。(各 3 点)

(a) 「真理の木によるテストの健全性」

解答 真理の木によるテストの健全性とは、最初に与えられた文のリストが整合的ならば、そのリストに推論規則を適用して得ることのできるどんな木にも必ず開いた経路がある、ということの意味する。

解説 リチャード・ジェフリー (戸田山和久訳) 『形式論理学』(産業図書, 1995 年) 50 頁。

(b) 「真理の木によるテストの完全性」

解答 真理の木によるテストの完全性とは、完成した木の中に 1 つでも開いた経路があれば、最初に与えられた文のリストは整合的である、ということの意味する。

解説 同上 51 頁。

2. 以下の文を論理的表記法に書き換えなさい。ただし、「 $x$  は  $y$  を嫌っている ( $x$  loathes  $y$ .)」を  $Lxy$  , アルマ (Alma) を  $a$  , 男爵 (Baron) を  $b$  , 伯爵 (Count) を  $c$  とする。(各 2 点)

(a) アルマが男爵を嫌っているなら、伯爵もそうだ。(The Count loathes the Baron if Alma does.)

解答  $Lab \rightarrow Lcb$  解説 101 頁 4.16 翻訳練習 4

(b) 伯爵が男爵を嫌うのは、アルマが男爵を嫌っているときに限る。(The Count loathes the Baron only if Alma does.)

解答  $Lcb \rightarrow Lab$  解説 101 頁 4.16 翻訳練習 5

3. 次の論証は妥当か。(各 10 点)

(a) アルマは男爵を愛している ( $Lab$ )。だから、みんなが男爵を愛している ( $\forall xLxb$ )

解答

1.  $Lab$  (前提)

2.  $\neg\forall xLxb$  (結論の否定)

3.  $\exists x\neg Lxb$  (2 より)

4.  $\neg Lcb$  (3 より EI)

上記の通り、真理の木の経路は閉じない。つまり、問の論証には、前提および結論の否定が同時に真になるような場合、すなわち反例が存在する。したがって、問の論証は非妥当である。

解説 59 頁 3.4 例 (d) 一部改変

(b) アルマは自分を愛してくれる人をみな愛するが、男爵のことは愛していない。ということは、男爵はアルマを愛してはいないということだ。

$(\forall x(Lxa \rightarrow Lax), \neg Lab \text{ それゆえ、}\neg Lba)$

解答

1.  $\forall x(Lxa \rightarrow Lax)$  (前提)
  2.  $\neg Lab$  (前提)
  3.  $\neg\neg Lba$  (結論の否定)
  4.  $Lba \rightarrow Lab$  (1 より UI)
- |               |               |
|---------------|---------------|
| /             | \             |
| 5. $\neg Lba$ | $Lab$ (5 より)  |
| 3-5 $\otimes$ | 2-5 $\otimes$ |

上記の通り、真理の木の経路はすべて閉じたので、問の論証に反例は存在しない。したがって、問の論証は妥当である。

解説 59 頁 3.4. 例 (f)

(c) みんながアルマを愛しているわけではない。というのは、彼女は自分のことを愛してくれる人はみな愛しているが、決してすべての人を愛しているわけではないからだ。

$\forall x(Lxa \rightarrow Lax), \neg\forall xLax, \text{それゆえ、}\neg\forall xLxa$

解答

1.  $\forall x(Lxa \rightarrow Lax)$  (前提)
  2.  $\neg\forall xLax$  (前提)
  3.  $\neg\neg\forall xLxa$  (結論の否定)
  4.  $\forall xLxa$  (3 より)
  5.  $\exists x\neg Lax$  (2 より)
  6.  $\neg Lab$  (5 より EI)
  7.  $Lba$  (4 より UI)
  8.  $Lba \rightarrow Lab$  (1 より)
- |               |               |
|---------------|---------------|
| /             | \             |
| 9. $\neg Lba$ | $Lab$ (8 より)  |
| 7-9 $\otimes$ | 6-9 $\otimes$ |

上記の通り、真理の木の経路はすべて閉じたので、問の論証に反例は存在しない。したがって、問の論証は妥当である。

解説 69-70 頁 3.8 2(d)

(d) 年下の賢人 (sage) がいる者は誰もが賢人じゃ。メトセラ (a) は誰よりも歳をとっておる。じゃからもし賢人がおるならメトセラも賢人ということになるのじゃ。

$\exists xSx \rightarrow Sa, \text{なぜなら } \forall x(\exists y(Sy \wedge Oxy) \rightarrow Sx), \forall xOax$

解答

1.  $\forall x(\exists y(Sy \wedge Oxy) \rightarrow Sx)$  (前提)
  2.  $\forall xOax$  (前提)
  3.  $\neg(\exists xSx \rightarrow Sa)$  (結論の否定)
  4.  $\exists xSx$  (3より)
  5.  $\neg Sa$  (3より)
  6.  $Sb$  (4より EI)
  7.  $(\exists y(Sy \wedge Oay) \rightarrow Sa)$  (1より UI)
- └──────────┬──────────┘
8.  $\neg\exists y(Sy \wedge Oay)$                        $Sa$  (7より)
  9.  $\forall y\neg(Sy \wedge Oay)$                       5-8 ⊗
  10.  $\neg(Sb \wedge Oab)$  (9より UI)
- └──────────┬──────────┘
11.  $\neg Sb$        $\neg Oab$  (10より)
  - 6-11 ⊗      12.  $Oab$  (2より)
- 11-12 ⊗

上記の通り，真理の木の経路はすべて閉じたので，問の論証に反例は存在しない。したがって，問の論証は妥当である。

解説 94 頁 4.10 7

(e)  $\forall x(x+0) = x, \forall x\forall y(x+sy) = s(x+y)$ , それゆえ  $0+s0 = s0$

(注：0の外延は自然数0，sの外延は後続者関数(+1)，+の外延は加法の関数とする。) 解答

1.  $\forall x(x+0) = x$  (前提)
  2.  $\forall x\forall y(x+sy) = s(x+y)$  (前提)
  3.  $0+s0 \neq s0$  (結論の否定)
  4.  $0+s0 = s(0+0)$  (2より)
  5.  $0+0 = 0$  (1より)
  6.  $0+s0 = s0$  (4, 5より)
- 3-6 ⊗

真理の木の経路は閉じたので，問の論証に反例は存在しない。したがって，問の論証は妥当である。

解説 135 頁 6.10 練習問題 (c)

4. 次の文は論理的真理 (トートロジー) か? (各5点)

(a)  $\exists x(Px \rightarrow \forall yPy)$

解答

1.  $\neg\exists x(Px \rightarrow \forall yPy)$
2.  $\forall x\neg(Px \rightarrow \forall yPy)$  (1 より)
3.  $\neg(Pa \rightarrow \forall yPy)$  (2 より UI)
4.  $Pa$  (3 より)
5.  $\neg\forall yPy$  (3 より)
6.  $\exists y\neg Py$  (5 より)
7.  $\neg Pb$  (6 より EI)
8.  $\neg(Pb \rightarrow \forall yPy)$  (2 より UI)
9.  $Pb$  (8 より)
10.  $\neg\forall yPy$  (8 より)

7-9⊗

真理の木が閉じた。すなわち、問の文の否定が真になる場合、すなわち、問の文が偽になる場合は存在しない。つまり、問の文は論理的真理（トートロジー）である。

解説 97 頁 4.12 2(d)

(b)  $\forall x\forall y(x = y \rightarrow y = x)$

解答

1.  $\neg\forall x\forall y(x = y \rightarrow y = x)$
2.  $\exists x\neg\forall y(x = y \rightarrow y = x)$  (1 より)
3.  $\neg\forall y(a = y \rightarrow y = a)$  (2 より EI)
4.  $\exists y\neg(a = y \rightarrow y = a)$  (3 より)
5.  $\neg(a = b \rightarrow b = a)$  (4 より EI)
6.  $a = b$  (5 より)
7.  $\neg(b = a)$  (5 より)
8.  $\neg(a = a)$  (6, 7 より)

⊗

真理木が閉じたので、問の文は論理的真理（トートロジー）である。

解説 7 行目から  $\neg(a = b)$  を導くことはできないことに注意。112 頁 5.5 練習問題 2(b)。

5. 講義に対するご意見ご感想等を答案用紙に記入してください。

回答 7 章以降のプログラムの部分が分かりにくかった、というご指摘がありました。時間不足のため駆け足で概観しただけですのでやむを得ないと思います。申し訳ありませんでした。

参考（2012 年 9 月 7 日現在）

- 履修登録 24 名（その内共通教育 16 名）、定期試験受験者 18 名、定期試験平均点 55.4 点（70 点満点）、総合平均点 68.8 点（100 点満点）

● 総合評価

S(100-90)	A(89-80)	B(79-70)	C(69-60)	不可 (59-0)	放棄
7 人 (29%)	3 (13%)	3 (13%)	2 (8%)	3 (13%)	6 (25%)

定期試験 69 点 1 名、68 点 2 名、67 点 2 名。総合 98 点 1 名、97 点 1 名、96 点 2 名。