

金沢大学  
法学類「法理学特講（法論理学入門）」，共通教育科目「法論理学入門」  
2013 年度小テスト  
6 月 10 日（月）1 限実施 / 出題: 足立英彦  
解答（暫定版）

1. 次の論理式は S5 妥当 (S5-Valid) であるか。真理の木 (truth-tree) を使って説明せよ。また，妥当でない場合は反例を示せ。(各 4 点)

(a)  $(\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p)$

解答 S5 妥当。教科書 (Girle, Modal Logics and Philosophy) 38 頁。

(b)  $(\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p)$

解答 教科書 21 頁 2.3 Exercises 1.e.

1.  $\neg(\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p)$  (n) NTF

2.  $\Diamond \Diamond p$  (n) 1

3.  $\neg \Diamond p$  (n) 1

4.  $\Box \neg p$  (n) 3 MN

5.  $\Diamond p$  (k) 2  $\Diamond S5$

6.  $p$  (l) 5  $\Diamond S5$

7.  $\neg p$  (l) 4  $\Box S5$

6-7 $\otimes$

問の論理式を否定した論理式が S5 の tree rules を適用して作成した真理の木において閉じたので、問の論理式を否定した論理式の真理値を S5-frame におけるいずれかの世界で真とするような、それぞれの世界における原子式の真理値の組み合わせはない。つまり、問の論理式をいずれかの世界で偽とするような S5-model (反例) は存在しない。したがって、問の論理式は S5 妥当である。

(c)  $(\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \Box q))$

解答 S5 非妥当。教科書 24-25 頁。

解説 真理の木において，世界 n で  $\Box(p \rightarrow q)$  が真。また，世界 n で  $\Diamond \neg q$  が真なので，n から到達可能な別の世界 k がある。したがって，n, k の両方の世界で  $(p \rightarrow q)$  は真である。

2. 次の論証 (argument) が S5 妥当であることを，真理の木を使って説明せよ。(各 3 点)

(a)  $\Box(p \rightarrow q), \neg \Diamond q \vdash \neg p$

解答 教科書 20 頁。

(b)  $\neg \Diamond(p \wedge q), p \vdash \neg q$

解答 教科書 21 頁 2.3 Exercises 2.a.

1.  $\neg\Diamond(p \wedge q)$  (n) Pr.
  2.  $p$  (n) Pr.
  3.  $\neg\neg q$  (n) NC
  4.  $q$  (n) 3
  5.  $\Box\neg(p \wedge q)$  (n) 1 MN
  6.  $\neg(p \wedge q)$  (n) 5  $\Box S5$
- 
- 7.1  $\neg p$  (n)  $\neg q$  (n) 6  
2-7  $\otimes$
  - 7.2  $\neg q$  (n) 6  
4-7  $\otimes$

問の論理式を否定した論理式の真理の木が閉じたので、問の論理式は S5 妥当である。

3. 次の論理式が K 妥当<sup>\*1</sup>であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box\neg p \rightarrow \Box(p \rightarrow q))$

解答 教科書 40 頁 3.3 Exercises 1.c.

1.  $\neg(\Box\neg p \rightarrow \Box(p \rightarrow q))$  (n) NTF
  2.  $\Box\neg p$  (n) 1
  3.  $\neg\Box(p \rightarrow q)$  (n) 1
  4.  $\Diamond\neg(p \rightarrow q)$  (n) 3 MN
  5.  $nAk$
  6.  $\neg(p \rightarrow q)$  (k) 4  $\Diamond R$
  7.  $p$  (k) 6
  8.  $\neg q$  (k) 6
  9.  $\neg p$  (k) 2  $\Box R$
- 7-9 $\otimes$

問の論理式を否定した論理式の真理の木が閉じたので、問の論理式は K 妥当である。

4. 次の論理式が T 妥当<sup>\*2</sup>であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box p \rightarrow p)$

解答 教科書 36 頁。

5. 次の論理式が S4 妥当<sup>\*3</sup>であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box p \rightarrow \Box\Box p)$

解答 教科書 37 頁。

以上<sup>\*4</sup>

#### 参考情報

履修登録数	聴講者数	受験者数	平均点
20	1	14 (聴講者 1 名含む)	25.4

30 点 3 名, 29 点 3 名

<sup>\*1</sup>  $KTr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R\}$

<sup>\*2</sup>  $TTr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R, Refl\}$

<sup>\*3</sup>  $S4Tr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R, Refl, Trans\}$

<sup>\*4</sup> Rod Girle, *Modal Logics and Philosophy* (2nd ed. 2009) より出題。