

金沢大学
法学類「法理学特講（法論理学入門）」，共通教育科目「法論理学入門」
2013 年度小テスト
6 月 10 日（月）1 限実施 / 出題: 足立英彦
解答（暫定版）

1. 次の論理式は S5 妥当 (S5-Valid) であるか。真理の木 (truth-tree) を使って説明せよ。また，妥当でない場合は反例を示せ。(各 4 点)

(a) $(\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p)$

解答 S5 妥当。教科書 (Girle, Modal Logics and Philosophy) 38 頁。

(b) $(\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p)$

解答 教科書 21 頁 2.3 Exercises 1.e.

1. $\neg(\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p)$ (n) NTF

2. $\Diamond \Diamond p$ (n) 1

3. $\neg \Diamond p$ (n) 1

4. $\Box \neg p$ (n) 3 MN

5. $\Diamond p$ (k) 2 $\Diamond S5$

6. p (l) 5 $\Diamond S5$

7. $\neg p$ (l) 4 $\Box S5$

6-7 \otimes

問の論理式を否定した論理式が S5 の tree rules を適用して作成した真理の木において閉じたので、問の論理式を否定した論理式の真理値を S5-frame におけるいずれかの世界で真とするような、それぞれの世界における原子式の真理値の組み合わせはない。つまり、問の論理式をいずれかの世界で偽とするような S5-model (反例) は存在しない。したがって、問の論理式は S5 妥当である。

(c) $(\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \Box q))$

解答 S5 非妥当。教科書 24-25 頁。

解説 真理の木において，世界 n で $\Box(p \rightarrow q)$ が真。また，世界 n で $\Diamond \neg q$ が真なので，n から到達可能な別の世界 k がある。したがって，n, k の両方の世界で $(p \rightarrow q)$ は真である。

2. 次の論証 (argument) が S5 妥当であることを，真理の木を使って説明せよ。(各 3 点)

(a) $\Box(p \rightarrow q), \neg \Diamond q \vdash \neg p$

解答 教科書 20 頁。

(b) $\neg \Diamond(p \wedge q), p \vdash \neg q$

解答 教科書 21 頁 2.3 Exercises 2.a.

1. $\neg\Diamond(p \wedge q)$ (n) Pr.
 2. p (n) Pr.
 3. $\neg\neg q$ (n) NC
 4. q (n) 3
 5. $\Box\neg(p \wedge q)$ (n) 1 MN
 6. $\neg(p \wedge q)$ (n) 5 $\Box S5$
-

問の論理式を否定した論理式の真理の木が閉じたので、問の論理式は S5 妥当である。

3. 次の論理式が K 妥当^{*1}であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box\neg p \rightarrow \Box(p \rightarrow q))$

解答 教科書 40 頁 3.3 Exercises 1.c.

1. $\neg(\Box\neg p \rightarrow \Box(p \rightarrow q))$ (n) NTF
 2. $\Box\neg p$ (n) 1
 3. $\neg\Box(p \rightarrow q)$ (n) 1
 4. $\Diamond\neg(p \rightarrow q)$ (n) 3 MN
 5. nAk
 6. $\neg(p \rightarrow q)$ (k) 4 $\Diamond R$
 7. p (k) 6
 8. $\neg q$ (k) 6
 9. $\neg p$ (k) 2 $\Box R$
- 7-9 \otimes

問の論理式を否定した論理式の真理の木が閉じたので、問の論理式は K 妥当である。

4. 次の論理式が T 妥当^{*2}であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box p \rightarrow p)$

解答 教科書 36 頁。

5. 次の論理式が S4 妥当^{*3}であることを，真理の木を使って説明せよ。(4点)

$(\Box p \rightarrow \Box\Box p)$

解答 教科書 37 頁。

以上^{*4}

参考情報

履修登録数	聴講者数	受験者数	平均点
20	1	14 (聴講者 1 名含む)	25.4

30 点 3 名, 29 点 3 名

^{*1} $KTr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R\}$

^{*2} $TTr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R, Refl\}$

^{*3} $S4Tr = SW \cup \{\Diamond R, \Box R, Refl, Trans\}$

^{*4} Rod Girle, *Modal Logics and Philosophy* (2nd ed. 2009) より出題。