

法学類「法理学 1」練習問題解答（2017年10月10日配布）

次の推論は論理的に正しいか？

1. $A \vee B, \neg A \models B$

解答

		前提 1	前提 2	結論		
A	B	$A \vee B$	$\neg A$	B	$(A \vee B) \wedge \neg A$	$((A \vee B) \wedge \neg A) \rightarrow B$
1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1

- この推論において、前提がすべて真の場合は3行目だけであり、この場合に結論は真となっている。したがって、この推論は論理的に正しい。
- この推論において、前提がすべて真の場合は3行目だけであり、この場合に結論は偽となっていない、すなわち、この推論には反例がない。したがって、この推論は論理的に正しい。
- この推論のすべての前提 ($A \vee B$ と $\neg A$) を連言で結合して構成される論理式を前件、結論を後件とする条件法の論理式 $((A \vee B) \wedge \neg A) \rightarrow B$ はトートロジーであるので、問の推論は論理的に正しい。

2. $A \rightarrow B \models (A \wedge C) \rightarrow B$

解答

			前提		結論	
A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \wedge C$	$(A \wedge C) \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow B)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1

- この推論において、前提が真の場合は1, 2, 5, 6, 7, 8行目であり、そのあらゆる場合に結論は真となっている。したがって、この推論は論理的に正しい。
- この推論において、前提がすべて真の場合は1, 2, 5, 6, 7, 8行目であり、そのあらゆる場合に結論は偽となっていない、すなわち、この推論には反例がない。したがって、この推論は論理的に正しい。
- この推論の前提を前件、結論を後件とする条件法の論理式 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow B)$ はトートロジーであるので、問の推論は論理的に正しい。

3. $A \rightarrow B, B \models A$

解答

前提 1		前提 2	結論			
A	B	$A \rightarrow B$	B	A	$(A \rightarrow B) \wedge B$	$((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$
1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1

- この推論において、前提がすべて真の場合は 1, 3 行目であり、そのうち 3 行目では結論が偽となっている。すなわち、前提がすべて真であるあらゆる場合に結論が真となっているわけではない。したがって、この推論は論理的に正しくない。
- この推論において、前提がすべて真の場合は 1, 3 行目であり、そのうち 3 行目では結論が偽となっている。すなわち、この推論には 3 行目 (A 偽, B 真の場合) という反例がある。したがって、この推論は論理的に正しくない。
- この推論のすべての前提を連言で結合して構成される論理式を前件、結論を後件とする条件法の論理式 $((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$ はトートロジーでないので、問の推論は論理的に正しくない。

4. $A, \neg A \models B$

解答

前提 1		前提 2	結論			
A	B	$\neg A$	B	$A \wedge \neg A$	$(A \wedge \neg A) \rightarrow B$	
1	1	0	1	0	1	
1	0	0	0	0	1	
0	1	1	1	0	1	
0	0	1	0	0	1	

- この推論において、前提がすべて真の場合はない。したがって、前提がすべて真で結論が偽になる場合、すなわち反例もない。したがって、この推論は論理的に正しい。
- この推論のすべての前提を連言で結合して構成される論理式を前件、結論を後件とする条件法の論理式 $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ はトートロジーであるので、問の推論は論理的に正しい。