

述語論理 (*predicate logic*) 入門

1. 命題: 真偽が定まっているもの。
例「クロは猫である。」
2. 命題関数 (propositional function): 命題中、個体を表す表現を x, y, z, \dots で置き換えたもの。
例「 x は猫である。」
3. 個体変項 (individual variable): 命題関数における x, y, z, \dots
4. 述語 (predicate): 個体が満たす性質や関係を表した表現。述語記号 F, G, H, \dots で表す。
例「... は猫である」を F で表す。⇒「 x は猫である」は Fx で表される。
5. 個体定項 (individual constant): 変項の値となる固有名。記号 a, b, c, \dots で表す。
例 クロを a で表す。⇒「クロは猫である」は Fa で表される。
6. 全称量化: 命題関数の個体変項に「すべて」という量を与えること。全称量化子 (universal quantifier) $\forall x$ で表す。
例 「すべての x について、 x は猫である」という命題は、 $\forall xFx$ で表される。
7. 存在量化: 命題関数の個体変項に「ある」という量を与えること。存在量化子 (existential quantifier) $\exists x$ で表す。「ある x が存在し、その x は猫である」という命題は、 $\exists xFx$ で表される。
8. 述語論理における論理式の形成規則
 - (a) 1つの述語記号の後ろに1つの項(個体定項または個体変項)をおいたものは論理式である。(これを原子式と呼ぶ。)
 - (b) P を論理式とすると、 $\neg P$ は論理式である。
 - (c) P, Q を論理式とすると、 $(P \wedge Q), (P \vee Q), (P \rightarrow Q)$ は論理式である。
 - (d) P を論理式、 x を個体変項とすると、 $\forall xP, \exists xP$ は論理式である。
 - (e) (a)(b)(c)(d) によって論理式とされるもののみが論理式である。

9. 次の英文を論理式に翻訳せよ。

(Sx: x likes Sushi. Jx: x is Japanese.)

- (a) Everyone likes Sushi.
- (b) It is not the case that everyone likes Sushi.
- (c) Nobody likes Sushi.
- (d) It is not the case that nobody likes Sushi.

- (e) Every Japanese likes Sushi.
- (f) It is not the case that every Japanese likes Sushi.
- (g) No Japanese likes Sushi.
- (h) It is not the case that no Japanese likes Sushi.

10. 次の英文を論理式に翻訳せよ。

- (a) It is not the case that someone doesn't like Sushi.
- (b) Someone doesn't like Sushi.
- (c) It is not the case that someone likes Sushi.
- (d) Someone likes Sushi.

- (e) There isn't anyone who is Japanese and doesn't like Sushi.
- (f) There is someone who is Japanese and doesn't like Sushi.
- (g) There isn't anyone who is Japanese and likes Sushi.
- (h) There is someone who is Japanese and likes Sushi.