

述語論理 (*predicate logic*) 入門

1. 命題: 真偽が定まっているもの。  
例「クロは猫である。」
2. 命題関数 (propositional function): 命題中、個体を表す表現を  $x, y, z, \dots$  で置き換えたもの。  
例「 $x$  は猫である。」
3. 個体変項 (individual variable): 命題関数における  $x, y, z, \dots$
4. 述語 (predicate): 個体が満たす性質や関係を表した表現。述語記号  $F, G, H, \dots$  で表す。  
例「... は猫である」を  $F$  で表す。⇒「 $x$  は猫である」は  $Fx$  で表される。
5. 個体定項 (individual constant): 変項の値となる固有名。記号  $a, b, c, \dots$  で表す。  
例 クロを  $a$  で表す。⇒「クロは猫である」は  $Fa$  で表される。
6. 全称量化: 命題関数の個体変項に「すべて」という量を与えること。全称量化子 (universal quantifier)  $\forall x$  で表す。  
例 「すべての  $x$  について、 $x$  は猫である」という命題は、 $\forall xFx$  で表される。
7. 存在量化: 命題関数の個体変項に「ある」という量を与えること。存在量化子 (existential quantifier)  $\exists x$  で表す。「ある  $x$  が存在し、その  $x$  は猫である」という命題は、 $\exists xFx$  で表される。
8. 述語論理における論理式の形成規則
  - (a) 1つの述語記号の後ろに1つの項(個体定項または個体変項)をおいたものは論理式である。(これを原子式と呼ぶ。)
  - (b)  $P$  を論理式とすると、 $\neg P$  は論理式である。
  - (c)  $P, Q$  を論理式とすると、 $(P \wedge Q), (P \vee Q), (P \rightarrow Q)$  は論理式である。
  - (d)  $P$  を論理式、 $x$  を個体変項とすると、 $\forall xP, \exists xP$  は論理式である。
  - (e) (a)(b)(c)(d) によって論理式とされるもののみが論理式である。

9. 次の英文を論理式に翻訳せよ。

(Sx: x likes Sushi. Jx: x is Japanese.)

- (a) Everyone likes Sushi.
- (b) It is not the case that everyone likes Sushi.
- (c) Nobody likes Sushi.
- (d) It is not the case that nobody likes Sushi.
  
- (e) Every Japanese likes Sushi.
- (f) It is not the case that every Japanese likes Sushi.
- (g) No Japanese likes Sushi.
- (h) It is not the case that no Japanese likes Sushi.

10. 次の英文を論理式に翻訳せよ。

- (a) It is not the case that someone doesn't like Sushi.
- (b) Someone doesn't like Sushi.
- (c) It is not the case that someone likes Sushi.
- (d) Someone likes Sushi.
  
- (e) There isn't anyone who is Japanese and doesn't like Sushi.
- (f) There is someone who is Japanese and doesn't like Sushi.
- (g) There isn't anyone who is Japanese and likes Sushi.
- (h) There is someone who is Japanese and likes Sushi.