

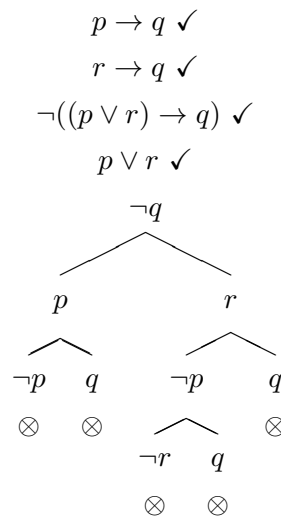
定期試験解答

授業科目名	特講（様相論理入門）	2022年度：Q2	
		定期試験期間内	
担当教員名	足立英彦	試験日・時間	8月5日（金）
			8:45 ~ 10:15

1. 次の推論が妥当であるかどうかをタブローを使って示し、非妥当の場合は反例も示しなさい。(各6点)

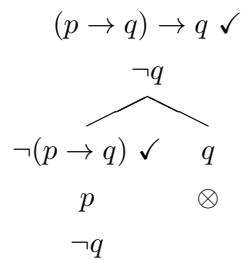
(a) $p \rightarrow q, r \rightarrow q$ ゆえに $(p \vee r) \rightarrow q$

解答 妥当



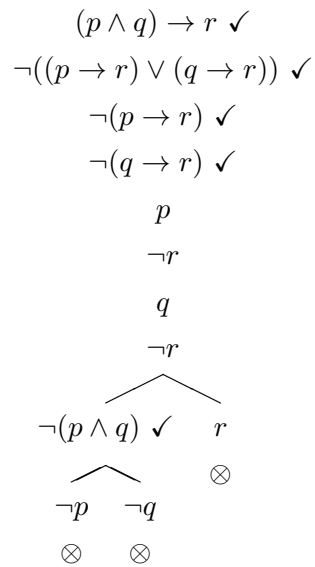
(b) $(p \rightarrow q) \rightarrow q$ ゆえに q

解答 非妥当。反例は $v(p) = 1, v(q) = 0$



(c) $(p \wedge q) \rightarrow r$ へえに $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

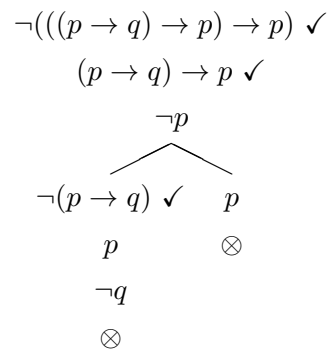
解答 妥当



2. 次の論理式がトートロジーであることをタブローを使って示しなさい。(6点)

$((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

解答



3. 次の推論が K 妥当であるかどうかをタブローを使って示し、K 非妥当の場合は反例も示しなさい。(各6点)

(a) $\Box(p \rightarrow q)$ ゆえに $\Box p \rightarrow \Box q$

解答 K 妥当

$$\begin{array}{l}
 \Box(p \rightarrow q) (w) \quad \checkmark \\
 \neg(\Box p \rightarrow \Box q) (w) \quad \checkmark \\
 \Box p (w) \\
 \neg\Box q (w) \quad \checkmark \\
 \Diamond\neg q (w) \quad \checkmark \\
 wRx \\
 \neg q (x) \\
 p \rightarrow q (x) \quad \checkmark \\
 p (x) \\
 \wedge \\
 \neg p \quad q (x) \\
 \otimes \quad \otimes
 \end{array}$$

(b) $\Diamond p \wedge \Diamond q$ ゆえに $\Diamond(p \wedge q)$

解答 K 非妥当。反例は $v(x, p) = 1, v(x, q) = 0, v(y, p) = 0, v(y, q) = 1$

$$\begin{array}{l}
 \Diamond p \wedge \Diamond q (w) \quad \checkmark \\
 \neg\Diamond(p \wedge q) (w) \quad \checkmark \\
 \Box\neg(p \wedge q) (w) \\
 \Diamond p (w) \quad \checkmark \\
 \Diamond q (w) \quad \checkmark \\
 wRx \\
 p (x) \\
 \neg(p \wedge q) (x) \quad \checkmark \\
 \wedge \\
 \neg p \quad \neg q (x) \\
 \otimes \quad wRy \\
 q (y) \\
 \neg(p \wedge q) (y) \quad \checkmark \\
 \wedge \\
 \neg p \quad \neg q (y) \\
 \otimes
 \end{array}$$

解説 世界 w で $\Diamond p, \Diamond q$ が真であるなら、w から到達可能な新しい世界 x で p が真、w から到達可能な別の新しい世界 y で q が真とする。

4. 次の推論は、少なくともどのフレームで妥当かをタブローを使って示しなさい。(各6点)

(a) $\Box p \vdash \Diamond p$

解答 KD 妥当

$\Box p (w)$
 $\neg \Diamond p (w) \checkmark$
 $\Box \neg p (w)$
wRx (serial)
 $p (x)$
 $\neg p (x)$
 \otimes

(b) $\vdash \Box(p \rightarrow \Diamond p)$

解答 KT 妥当

$\neg \Box(p \rightarrow \Diamond p) (w) \checkmark$
 $\Diamond \neg(p \rightarrow \Diamond p) (w) \checkmark$
wRx
 $\neg(p \rightarrow \Diamond p) (x) \checkmark$
 $p (x)$
 $\neg \Diamond p (x) \checkmark$
 $\Box \neg p (x)$
xRx (reflexive)
 $\neg p (x)$
 \otimes

(c) $\models \Box(\Box p \rightarrow q) \vee \Box(\Box q \rightarrow p)$

解答 K4B 妥当

$\neg(\Box(\Box p \rightarrow q) \vee \Box(\Box q \rightarrow p)) (w) \checkmark$
 $\neg(\Box(\Box p \rightarrow q)) (w) \checkmark$
 $\neg\Box(\Box q \rightarrow p) (w) \checkmark$
 $\Diamond\neg(\Box p \rightarrow q) (w) \checkmark$
 $\Diamond\neg(\Box q \rightarrow p)(w) \checkmark$
 wRx
 $\neg(\Box p \rightarrow q) (x) \checkmark$
 $\Box p (x)$
 $\neg q (x)$
 wRy
 $\neg(\Box q \rightarrow p) (y) \checkmark$
 $\Box q (y)$
 $\neg p (y)$
 xRw (symmetrical)
 xRy (transitive)
 $p (y)$
 \otimes

5. 次の (a), (b) の文を、それぞれ

- 全称量化子と「ならば (\rightarrow)」を含む論理式と、
- 存在量化子と「かつ (\wedge)」を含む論理式に翻訳し、
- ベン図も書きなさい。

なお、「 \sim は論理学を学んでいる」という述語を L、「 \sim は法学者である」という述語を J とする。(各 6 点)

(a) 論理学を学んでいない法学者がいる。

解答 $\neg\forall x(Jx \rightarrow Lx), \exists z(Jz \wedge \neg Lz)$ (ベン図省略)

(b) 法学者は誰も論理学を学んでいない。

解答 $\forall x(Jx \rightarrow \neg Lx), \neg\exists x(Jx \wedge Lx)$ (ベン図省略)

6. 次の推論が妥当であるかどうかをタブローを使って示し、非妥当の場合は反例も示しなさい。(各6点)

(a) $\forall xPx \vee \forall xQx$ ゆえに $\forall x(Px \vee Qx)$

解答 妥当

$$\begin{array}{c}
 \forall xPx \vee \forall xQx \checkmark \\
 \neg \forall x(Px \vee Qx) \checkmark \\
 \exists x \neg(Px \vee Qx) \checkmark \\
 \neg(Pa \vee Qa) \checkmark \\
 \neg Pa \\
 \neg Qa \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \forall xPx \quad \forall xQx \\
 Pa \quad Qa \\
 \otimes \quad \otimes
 \end{array}$$

(b) $\exists xPx \wedge \exists xQx$ ゆえに $\exists x(Px \wedge Qx)$

解答 非妥当。反例は $v(Pa) = 1, v(Qa) = 0, v(Pb) = 0, v(Qb) = 1$

$$\begin{array}{c}
 \exists xPx \wedge \exists xQx \checkmark \\
 \neg \exists x(Px \wedge Qx) \checkmark \\
 \exists xPx \checkmark \\
 \exists xQx \checkmark \\
 \forall x \neg(Px \wedge Qx) \\
 Pa \\
 Qb \\
 \neg(Pa \wedge Qa) \checkmark \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \neg Pa \quad \neg Qa \\
 \otimes \quad \neg(Pb \wedge Qb) \checkmark \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \neg Pb \quad \neg Qb \\
 \otimes
 \end{array}$$

解説 $\exists xPx$ から Pa を導いたら、その下の $\exists xQx$ からは Qb を導く。

7. 次の推論が妥当であるかどうかをタブローを使って示し、非妥当の場合は反例も示しなさい。(各6点)

(a) $\neg(p \supset q)$ ゆえに p

解答 非妥当。反例は $v(w, p) = 0, v(x, p) = 1, v(x, q) = 0$

$$\neg \Box(p \rightarrow q) (w) \checkmark$$

$$\neg p (w)$$

$$\Diamond \neg(p \rightarrow q) (w) \checkmark$$

$$wRx$$

$$\neg(p \rightarrow q) (x) \checkmark$$

$$p (x)$$

$$\neg q (x)$$

(b) $\Box p$ ゆえに $p \supset q$

解答 非妥当。反例は $v(x, p) = 1, v(x, q) = 0$

$$\Box p (w)$$

$$\neg \Box(p \rightarrow q) (w) \checkmark$$

$$\Diamond \neg(p \rightarrow q) \checkmark$$

$$wRx$$

$$\neg(p \rightarrow q) (x) \checkmark$$

$$p (x)$$

$$\neg q (x)$$

$$p (x)$$

8. この授業に対するご意見や感想、改善の提案などがあれば自由に書いてください。(何らかの記入があれば 10 点)

回答

授業内容に関する主なご意見を紹介させていただきます。

- 法学に全然関係ないと思っていたが、三段論法の基礎が学べてよかった。
- 記号に置き換えて推論することに最初は戸惑ったが、なれると見た目にもスッキリと記述できて便利だと思った。
- 日常的に用いている文章を論理式という言葉に翻訳することによって数学的に考えることができるようになるという、新たな数学の可能性について知ることができた。

なお、この授業は教室で行い、それを Zoom で同時中継しました。いわゆるハイブリッド（ハイフレックス）方式ですが、とくに文系キャンパスから少し距離がある理工のみなさんにとっては、移動の時間を節約できて好評だったようです。ただ、Zoom の録画し忘れ、板書の文字がカメラの画角の外側になってしまう、マイクの切り替え忘れ、画面共有中に板書をして板書の字が見えない等、Zoom 利用の不便が多数あり、Zoom で参加した方にはご迷惑をおかけしました。今後、改善していきたいと思えます。

参考情報（2022 年 8 月 9 日現在）

履修登録数	定期試験受験者数	放棄	定期試験平均点		
15	12	3	85.0		
100-90 (S)	89-80 (A)	79-70 (B)	69-60 (C)	59-	放棄
6	3	1	0	2	3

- 50 点台の 2 名に再試験の実施を提案し、1 名が受験した。この受験者は再試験のすべての問題に正解したため、その 1 名を C、受験しなかった者を不可とした。
- 定期試験上位得点者: 100 点 1 名、99 点 1 名、98 点 1 名。
- 履修者の所属: 法 10, 経 1, 数物科 3, 生命理工 1